

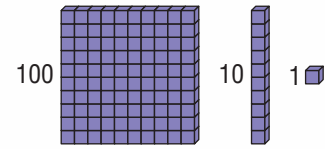
5.1

Modéliser des polynômes

OBJECTIF

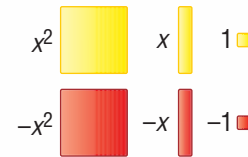
- Modéliser, écrire et classer des polynômes.

En arithmétique, les nombres entiers sont modélisés à l'aide de matériel de base dix. Comment modéliserais-tu le nombre 234 ?



En algèbre, les nombres entiers et les variables sont modélisés à l'aide de carreaux algébriques.

Les jaunes sont des carreaux positifs ; les rouges, des carreaux négatifs.



Quelles sont les ressemblances entre le matériel de base dix et les carreaux algébriques ?

Explore



Utilise des carreaux algébriques.

- Modélise chaque expression. Dessine les carreaux. Comment sais-tu quels carreaux utiliser ? Comment sais-tu quelle quantité de chaque carreau il te faut ?

- $x^2 + x - 3$
- $-2x^2 - 3$
- $2x^2 + 3x$
- $-2x^2 - 3x + 1$
- $-3x + 3$

- Écris ta propre expression. Demande à ta ou à ton camarade de la modéliser à l'aide de carreaux. Modélise à ton tour l'expression que ta ou ton camarade a écrite.

Mise en commun

Pour la première activité, compare tes dessins avec ceux réalisés par une autre équipe. Avez-vous utilisé les mêmes carreaux chaque fois ? Sinon, une équipe a-t-elle fait une erreur ? Est-il possible que, malgré les différences, vos équipes aient toutes les deux fourni de bonnes réponses ? Explique comment. L'ordre dans lequel les carreaux sont disposés importe-t-il ? Explique ta réponse.

Découvre

Il est possible de modéliser une expression telle que $3x^2 - 2x + 5$ à l'aide de carreaux algébriques.

Ainsi, pour modéliser $3x^2 - 2x + 5$, il faut trois carreaux x^2 , deux carreaux $-x$ et cinq carreaux unitaires positifs.



Un **polynôme** est un terme ou la somme de termes dont les variables sont accompagnées d'exposants qui sont des nombres entiers.

L'expression $3x^2 - 2x + 5 = 3x^2 + (-2)x + 5$ constitue un exemple de polynôme ayant x pour variable.

Ce polynôme comporte 3 termes : $3x^2$, $(-2)x$ et 5.

Les **termes** sont des nombres, des variables ou le produit de nombres et de variables.

Les **coefficients** de la variable sont 3 et -2 .

Le terme ayant l'exposant le plus élevé détermine le **degré** du polynôme. Dans le cas présent, il s'agit d'un polynôme du second degré.

→ $3x^2 - 2x + 5$ ←

Le terme 5 est un **terme constant**. Sa valeur ne change pas quand la valeur de x change. Un terme constant est d'un degré 0.

↑
Le terme $-2x$ est du premier degré parce que $-2x = -2x^1$.

N'importe quelle variable peut servir à écrire un polynôme et à décrire les carreaux qui composent son modèle. Ainsi, le même ensemble de carreaux servira à modéliser les polynômes $-5n^2 + 7n - 1$ et $-5p^2 + 7p - 1$.

Il est aussi possible de classer un polynôme selon le nombre de termes qu'il comporte.

Les polynômes à 1, 2 ou 3 termes ont un nom précis.

Un **monôme** comporte un seul terme ; par exemple : $4a$; 6 ; $-2p^2$

Un **binôme** comporte 2 termes ; par exemple : $2c - 5$; $2m^2 + 3m$

Un **trinôme** comporte 3 termes ; par exemple : $2h^2 - 6h + 4$

Un polynôme est généralement écrit selon l'ordre décroissant des exposants, c'est-à-dire que les exposants de la variable décroissent de gauche à droite ; $2k - 4k^2 + 7$ s'écrit $-4k^2 + 2k + 7$.

Une expression algébrique qui comporte un terme ayant une variable pour dénominateur, par exemple $\frac{3}{n}$, ou un terme qui consiste en la racine carrée d'une variable, par exemple \sqrt{n} , n'est *pas* un polynôme.

Exemple 1**Reconnaître des polynômes identiques ayant des variables différentes**

Parmi les polynômes suivants, lesquels peuvent être modélisés à l'aide du même ensemble de carreaux algébriques ?

- a) $3x^2 - 5x + 6$ b) $-5 + 6r + 3r^2$ c) $-5m + 6 + 3m^2$

Explique ta réponse.

► **Une solution**

- a) $3x^2 - 5x + 6$

Utilise trois carreaux x^2 , cinq carreaux $-x$ et six carreaux unitaires positifs.



- b) $-5 + 6r + 3r^2$

Utilise cinq carreaux unitaires négatifs, six carreaux r et trois carreaux r^2 .



- c) $-5m + 6 + 3m^2$

Utilise cinq carreaux $-m$, six carreaux unitaires positifs et trois carreaux m^2 .



En a) et c), tu as utilisé les mêmes carreaux algébriques. Donc, les polynômes $3x^2 - 5x + 6$ et $-5m + 6 + 3m^2$ peuvent être modélisés à l'aide du même ensemble de carreaux.

Exemple 2**Modéliser des polynômes à l'aide de carreaux algébriques**

Modélise les polynômes suivants à l'aide de carreaux algébriques.

Chaque polynôme est-il un monôme, un binôme ou un trinôme ? Explique ta réponse.

- a) $-2x^2$ b) $2b^2 - b + 4$ c) $5a - 3$

► **Une solution**

- a) Pour représenter $-2x^2$, utilise deux carreaux $-x^2$.

Puisque tu utilises seulement un type de carreaux, $-2x^2$ est un monôme.



- b) Pour représenter $2b^2 - b + 4$, utilise deux carreaux b^2 , un carreau $-b$ et quatre carreaux unitaires positifs.

Puisque tu utilises 3 types de carreaux, $2b^2 - b + 4$ est un trinôme.



- c) Pour représenter $5a - 3$, utilise cinq carreaux a et trois carreaux unitaires négatifs. Puisque tu utilises 2 types de carreaux différents, $5a - 3$ est un binôme.



Deux polynômes sont équivalents quand on peut les représenter à l'aide du même ensemble de carreaux algébriques.

Exemple 3 Reconnaître des polynômes équivalents

a) Quel polynôme chacun de ces ensembles de carreaux algébriques représente-t-il ?

Modèle A



Modèle B



Modèle C



b) En a), quels polynômes sont équivalents ? Comment le sais-tu ?

► Une solution

a) Utilise un tableau.

Modèle	Description des carreaux	Polynôme
A	deux carreaux x^2 , huit carreaux $-x$ et deux carreaux unitaires positifs	$2x^2 - 8x + 2$
B	huit carreaux $-x$, deux carreaux x^2 et deux carreaux unitaires positifs	$-8x + 2x^2 + 2$
C	quatre carreaux $-x$ et six carreaux unitaires positifs	$-4x + 6$

b) Les modèles A et B comportent les mêmes carreaux. Les polynômes représentés à l'aide de ces carreaux sont du même degré et contiennent les mêmes termes : $2x^2$, $-8x$ et 2 .

Les deux polynômes peuvent s'écrire sous la forme suivante : $2x^2 - 8x + 2$

Donc, $2x^2 - 8x + 2$ et $-8x + 2x^2 + 2$ sont des polynômes équivalents.

Le modèle C ne contient aucun carreau x^2 , donc il est d'un degré différent de celui des modèles A et B.

Exprime tes idées

1. Dans le polynôme $3 + 2p$, quel terme est constant ? Comment les termes constants se modélisent-ils à l'aide de carreaux algébriques ?
2. Suppose que le modèle en carreaux algébriques d'un polynôme t'est soumis. Comment peux-tu reconnaître les termes, les coefficients et le degré de ce polynôme ? Comment peux-tu reconnaître le terme constant ?
3. Que signifie l'expression « polynômes équivalents » ? Comment peux-tu déterminer si deux polynômes sont équivalents ?

Vérification

4. Parmi les expressions suivantes, lesquelles sont des polynômes ? Explique comment tu le sais.

- a) $2 + 3n$ b) $3\sqrt{x}$
 c) $-5m + 1 + 2m^2$ d) 7
 e) $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 1$ f) $\frac{1}{2}s$

5. Chacune des expressions suivantes est-elle un monôme, un binôme ou un trinôme ? Explique comment tu le sais.

- a) $3t + 4t^2 - 2$ b) $5 - 3g$
 c) $9k$ d) 11

6. Nomme le coefficient, la variable et le degré des monômes suivants.

- a) $-7x$ b) $14a^2$
 c) m d) 12

7. Indique le degré des polynômes suivants. Explique tes réponses.

- a) $7j^2 + 4$ b) $9x$
 c) $2 - 5p + p^2$ d) -10

Mise en application

8. Désigne les polynômes qui peuvent être représentés à l'aide du même ensemble de carreaux algébriques.

- a) $x^2 + 3x - 4$
 b) $-3 + 4n - n^2$
 c) $4m - 3 + m^2$
 d) $-4 + r^2 + 3r$
 e) $-3m^2 + 4m - 3$
 f) $-h^2 - 3 + 4h$

9. Nomme les coefficients, la variable et le degré des polynômes suivants, puis le terme constant, s'il y a lieu.

- a) $5x^2 - 6x + 2$ b) $7b - 8$
 c) $12c^2 + 2$ d) $12m$
 e) 18 f) $3 + 5x^2 - 8x$

10. Une élève dit : « $4a$ est un monôme. »

Un autre dit : « $4a$ est un polynôme. »

Qui a raison ? Explique ta réponse.

11. Modélise les polynômes suivants à l'aide de carreaux algébriques. Dessine les carreaux.

- a) $4x - 3$
 b) $-3n - 1$
 c) $2m^2 + m + 2$
 d) $-7y$
 e) $-d^2 - 4$
 f) 3

12. Apparie chacun des polynômes suivants au modèle correspondant.

- a) $r^2 - r + 3$
 b) $-t^2 - 3$
 c) $-2v$
 d) $2w + 2$
 e) $2s^2 - 2s + 1$

Modèle A



Modèle B



Modèle C



Modèle D



Modèle E



18. Objectif d'évaluation

- a) Modélise les polynômes suivants à l'aide de carreaux algébriques. Dessine les carreaux. Désigne la variable, le degré, le nombre de termes et les coefficients.
- $-2x - 3x^2 + 4$
 - $m^2 + m$
- b) Écris un polynôme qui correspond à la description suivante :
un binôme du second degré ayant c pour variable et dont -5 est le terme constant
- c) Écris un polynôme équivalent à celui en b).
Explique comment tu sais que ces polynômes sont équivalents.
19. a) Écris autant de polynômes équivalents à $-8d^2 - 3d - 4$ que tu le peux. Comment sais-tu que tu as écrit tous les polynômes possibles ?
- b) En a), quel polynôme est écrit selon l'ordre décroissant des exposants ? Pourquoi est-il utile d'écrire un polynôme sous cette forme ?

Va plus loin

20. La *distance d'arrêt* d'une automobile correspond à la distance qu'elle franchit entre le moment où la conductrice ou le conducteur freine et celui où le véhicule s'immobilise. Le polynôme $0,4v + 0,02v^2$ permet de calculer, en mètres, la distance d'arrêt d'une automobile roulant à v kilomètres-heure sur une chaussée sèche.
- a) Calcule la distance d'arrêt pour chacune des vitesses suivantes :
- 25 km/h
 - 50 km/h
 - 100 km/h
- b) Le fait de doubler la vitesse fait-il doubler la distance d'arrêt ? Explique ta réponse.



Réfléchis

Qu'est-ce qu'un polynôme ?

Comment peux-tu représenter un polynôme à l'aide de carreaux algébriques et de symboles ?

Accompagne ton explication d'exemples.

Math +

Autour de toi

Le déplacement d'un projectile peut être modélisé à l'aide d'un polynôme. Ainsi, le polynôme $-4,9t^2 + 22,8t$ modélise la distance en mètres qu'une balle de golf franchit en fonction du temps, t secondes, qu'elle passe dans les airs après qu'un bâton l'a frappée.

