

5.2

Les termes semblables et les termes non semblables

OBJECTIF

- Simplifier des polynômes en combinant des termes semblables.

Quand tu travailles avec des nombres entiers, un carreau unitaire positif et un carreau unitaire négatif forment une paire nulle. $\boxed{+1} \boxed{-1} \rightarrow 0$

Selon toi, que se passe-t-il quand tu combines des carreaux algébriques de signes opposés ? Quelle expression les carreaux ci-dessous représentent-ils ?



Explore



Il te faudra des carreaux algébriques et un sac en papier.

- Mets les carreaux algébriques des deux couleurs dans le sac. Tires-en une poignée de carreaux, puis dessine-les. Consigne ton travail dans un tableau.

Modèle en carreaux algébriques	Notation symbolique

Utilise des symboles pour écrire le polynôme modélisé par les carreaux algébriques. Enlève les paires nulles de l'ensemble. Dessine les carreaux restants. Utilise des symboles pour écrire le polynôme représenté par ce nouvel ensemble de carreaux.

- Remets les carreaux algébriques dans le sac. Répète l'activité 4 autres fois.

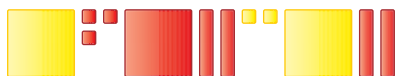


Mise en commun

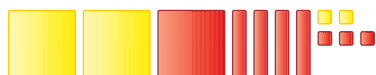
Compare tes résultats avec ceux d'une autre équipe. Comment pourriez-vous vérifier vos résultats réciproquement ? Quand peux-tu enlever les paires nulles d'un ensemble de carreaux ? En quoi le fait d'enlever les paires nulles d'un ensemble de carreaux facilite-t-il la simplification du polynôme qu'il représente ?

Découvre

Voici un ensemble de carreaux algébriques rouges et jaunes :

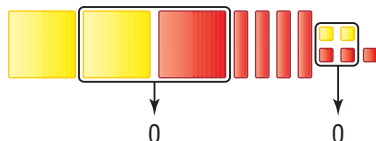


Les carreaux sont regroupés par types :



Ces carreaux représentent le polynôme suivant : $2x^2 - x^2 - 4x + 2 - 3$

Pour simplifier le modèle, il faut enlever les paires nulles.



Les carreaux restants représentent le polynôme suivant : $x^2 - 4x - 1$
Ainsi, le polynôme $2x^2 - x^2 - 4x + 2 - 3$ simplifié devient $x^2 - 4x - 1$.

Un polynôme existe dans sa *forme simplifiée* quand :

- son modèle en carreaux algébriques comporte le moins de carreaux possible
- sa forme symbolique comporte un seul terme de chaque degré et ne comporte aucun terme ayant un coefficient de 0

Les termes que l'on peut représenter à l'aide de carreaux algébriques de même taille et de même forme sont appelés des **termes semblables**.

$-x^2$ et $3x^2$ sont des termes semblables.

Le modèle de chaque terme est composé de carreaux x^2 .

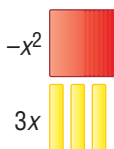
Les deux termes ont la même variable, x , élevée au même exposant, 2.



$-x^2$ et $3x$ sont des termes *non semblables*.

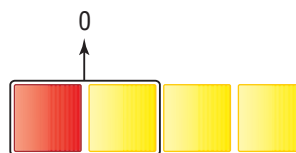
Les modèles de ces termes sont composés de carreaux algébriques différents.

Les termes ont la variable x , mais les exposants sont différents.



Pour simplifier un polynôme, il faut regrouper les termes semblables et enlever les paires nulles.

Dans sa forme simplifiée, $-x^2 + 3x^2$ devient $2x^2$.



Il est également possible de simplifier un polynôme en additionnant les coefficients des termes semblables. Autrement dit, il s'agit de *combiner les termes semblables*.

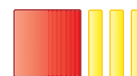
$$\begin{aligned} -x^2 + 3x^2 &= -1x^2 + 3x^2 && \text{Ajoute les coefficients des termes semblables} \\ &= 2x^2 && \text{ou des nombres entiers : } -1 + 3 = 2 \end{aligned}$$

Les polynômes $-x^2 + 3x^2$ et $2x^2$ sont *équivalents*.

Donc, un polynôme écrit dans sa forme simplifiée correspond au polynôme équivalent dont tous les termes semblables ont été combinés.

$-x^2 + 3x$ ne peut être simplifié.

Les coefficients de termes non semblables ne peuvent être additionnés.



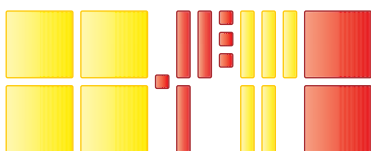
Exemple 1 Simplifier un polynôme à l'aide de carreaux algébriques

Simplifie le polynôme suivant à l'aide de carreaux algébriques : $4n^2 - 1 - 3n - 3 + 5n - 2n^2$
Note le processus de façon symbolique.

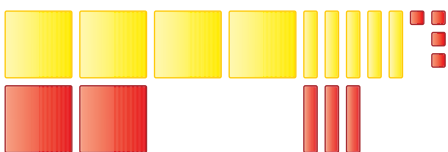
► Une solution

Modèle en carreaux

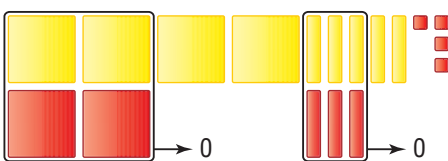
Représente $4n^2 - 1 - 3n - 3 + 5n - 2n^2$.



Regroupe les carreaux semblables.



Enlève les paires nulles.



Les carreaux restants représentent $2n^2 + 2n - 4$.

Notation symbolique

$4n^2 - 1 - 3n - 3 + 5n - 2n^2$

Regroupe les termes semblables :

$$4n^2 - 2n^2 + 5n - 3n - 1 - 3$$

Combine les termes semblables :

$$2n^2 + 2n - 4$$

Exemple 2 Simplifier un polynôme de façon symbolique

Simplifie le polynôme suivant : $14x^2 - 11 + 30x + 3 + 15x - 25x^2$

Une solution

Puisqu'il faut un grand nombre de carreaux pour modéliser ce polynôme, il est préférable de le simplifier de façon symbolique.

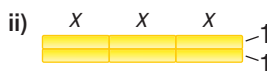
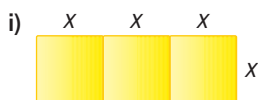
$$\begin{aligned}
 & 14x^2 - 11 + 30x + 3 + 15x - 25x^2 && \text{Regroupe les termes semblables.} \\
 = & 14x^2 - 25x^2 + 30x + 15x - 11 + 3 && \text{Additionne les coefficients des termes semblables.} \\
 = & -11x^2 + 45x - 8
 \end{aligned}$$

Dans l'Exemple 2, les polynômes $14x^2 - 11 + 30x + 3 + 15x - 25x^2$ et $-11x^2 + 45x - 8$ sont équivalents.

Des polynômes peuvent représenter des mesures telles que la longueur des côtés de différentes figures.

Exemple 3 Explorer des situations représentées à l'aide de polynômes

a) Représente le périmètre des rectangles suivants à l'aide d'un polynôme.



b) Chaque polynôme ci-dessous représente le périmètre d'un rectangle.

Utilise des carreaux algébriques pour former chaque rectangle.

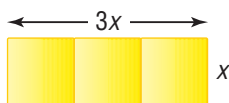
i) $4a + 2$

ii) $10b$

Une solution

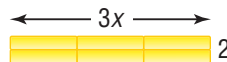
a) i) Les dimensions du rectangle sont $3x$ et x . Donc, son périmètre est de :

$$3x + x + 3x + x = 8x$$



ii) Les dimensions du rectangle sont $3x$ et 2 . Donc, son périmètre est de :

$$3x + 2 + 3x + 2 = 6x + 4$$



b) i) Le périmètre est de $4a + 2$.

Travaille à rebours.

Écris le polynôme sous la forme d'une somme de paires égales de termes.

$$4a + 2 = 2a + 2a + 1 + 1$$

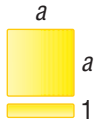
Les dimensions du rectangle peuvent être $2a$ et 1 .



Une autre solution est :

$$4a + 2 = a + (a + 1) + a + (a + 1)$$

Les dimensions du rectangle peuvent être a et $a + 1$.

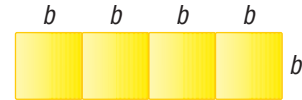


ii) Le périmètre est de $10b$.

Écris le polynôme sous la forme d'une somme de paires égales de termes.

$$10b = 4b + 4b + b + b$$

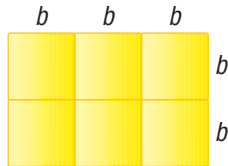
Les dimensions du rectangle peuvent être $4b$ et b .



Une autre solution est :

$$10b = 3b + 3b + 2b + 2b$$

Les dimensions du rectangle peuvent être $3b$ et $2b$.



Un polynôme peut contenir plus d'une variable. Voici un polynôme ayant x et y pour variables :

$$-2x^2 + 3xy + y^2 - 4x - 8y$$

Exemple 4 Simplifier des polynômes à deux variables

Simplifie le polynôme suivant : $4xy - y^2 - 3x^2 + 2xy - x - 3y^2$

► Une solution

$$\begin{aligned} & 4xy - y^2 - 3x^2 + 2xy - x - 3y^2 && \text{Regroupe les termes semblables.} \\ = & 4xy + 2xy - y^2 - 3y^2 - 3x^2 - x && \text{Combine les termes semblables.} \\ = & 6xy - 4y^2 - 3x^2 - x \end{aligned}$$

Exprime tes idées

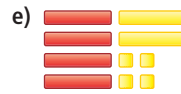
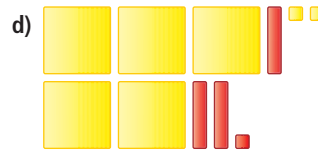
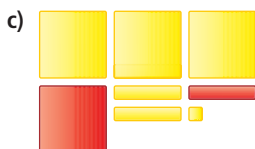
1. Pourquoi est-il possible de combiner les termes semblables ? Pourquoi est-il impossible de combiner les termes non semblables ?
2. Comment peux-tu reconnaître et combiner les termes semblables dans un modèle en carreaux algébriques ?
3. Comment peux-tu reconnaître des termes semblables écrits de façon symbolique et les combiner ?

Vérification

4. a) Modélise $3d$ et $-5d$ à l'aide de carreaux algébriques. Dessine les carreaux.
 b) $3d$ et $-5d$ sont-ils des termes semblables ? Comment peux-tu le savoir d'après les carreaux ? Comment peux-tu le savoir d'après les monômes ?
5. a) Modélise $4p$ et $2p^2$ à l'aide de carreaux algébriques. Dessine les carreaux.
 b) $4p$ et $2p^2$ sont-ils des termes semblables ? Comment peux-tu le savoir d'après les carreaux ? Comment peux-tu le savoir d'après les monômes ?

Mise en application

6. Parmi les termes suivants, lesquels sont semblables à $8x$?
 $-3x, 5x^2, 4, 3x, 9, -11x^2, 7x, -3$
 Explique comment tu sais qu'il s'agit de termes semblables.
7. Parmi les termes suivants, lesquels sont semblables à $-2n^2$?
 $3n, -n^2, -2, 4n, 2n^2, -2, 3, 5n^2$
 Explique comment tu sais qu'il s'agit de termes semblables.
8. Dans chaque ensemble, combine les carreaux qui représentent des termes semblables. Écris le polynôme simplifié.



9. Parmi les ensembles de carreaux ci-dessous, trouve les polynômes équivalents. Explique tes réponses.



10. Un élève a fait les erreurs suivantes dans un test.

- Pour simplifier $2x + 3x$, il a écrit $5x^2$.
- Pour simplifier $4 + 3x$, il a écrit $7x$.

Explique, à l'aide de carreaux algébriques, les erreurs que l'élève a faites. Quelles sont les bonnes réponses ?

11. Modélise les polynômes suivants à l'aide de carreaux algébriques. Ensuite, combine les termes semblables. Dessine les carreaux.

- $2c + 3 + 3c + 1$
- $2x^2 + 3x - 5x$
- $3f^2 + 3 - 6f^2 - 2$
- $3b^2 - 2b + 5b + 4b^2 + 1$
- $5t - 4 - 2t^2 + 3 + 6t^2$
- $4a - a^2 + 3a - 4 + 2a^2$

12. Simplifie les polynômes suivants.

- $2m + 4 - 3m - 8$
- $4 - 5x + 6x - 2$
- $3g - 6 - 2g + 9$
- $-5 + 1 + h - 4h$
- $-6n - 5n - 4 - 7$
- $3s - 4s - 5 - 6$

13. Simplifie les polynômes suivants.

- $6 - 3x + x^2 + 9 - x$
- $5m - 2m^2 - m^2 + 5m$
- $5x - x^2 + 3x + x^2 - 7$
- $3p^2 - 2p + 4 + p^2 + 3$
- $a^2 - 2a - 4 + 2a - a^2 + 4$
- $-6x^2 + 17x - 4 - 3x^2 + 8 - 12x$

14. Simplifie les polynômes suivants.

- $3x^2 + 5y - 2x^2 - 1 - y$
- $pq - 1 - p^2 + 5p - 5pq - 2p$
- $5x^2 + 3xy - 2y - x^2 - 7x + 4xy$
- $3r^2 - rs + 5s + r^2 - 2rs - 4s$
- $4gh + 7 - 2g^2 - 3gh - 11 + 6g$
- $-5s + st - 4s^2 - 12st + 10s - 2s^2$

15. Apparie les polynômes ci-dessous à leur équivalent. Explique tes réponses.

- $1 + 5x$
- $6 - 2x + x^2 - 1 - x + x^2$
- $4x^2 - 7x + 1 - 7x^2 + 2x + 3$
- $4 - 5x - 3x^2$
- $2x^2 - 3x + 5$
- $3x + 2x^2 + 1 - 2x^2 + 2x$

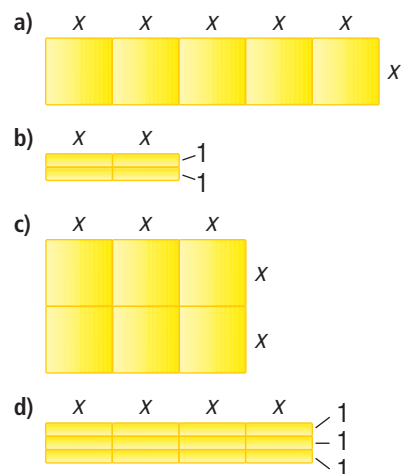
16. Écris 3 polynômes différents qui, sous leur forme simplifiée, seront $-2a^2 + 4a - 8$.

17. Écris un polynôme du second degré comportant 5 termes qui, une fois simplifié, n'en comportera que 2.

18. Objectif d'évaluation

- Une élève n'est pas certaine si, une fois simplifié, $x + x$ a la forme $2x$ ou x^2 . Explique comment elle pourrait utiliser des carreaux algébriques pour trouver la bonne réponse. Quelle est la bonne réponse ?
- Simplifie les polynômes suivants. Comment sais-tu que tes réponses sont exactes ?
 - $-2 + 4r - 2r + 3$
 - $2t^2 - 3t + 4t^2 - 6t$
 - $3c^2 + 4c + 2 + c^2 + 2c + 1$
 - $15x^2 - 12xy + 5y + 10xy - 8y - 9x^2$
- Écris un polynôme qu'il est impossible de simplifier. Explique pourquoi il en est ainsi.

19. Représente le périmètre de chacun des rectangles suivants à l'aide d'un polynôme.







20. Chaque polynôme ci-dessous représente le périmètre d'un rectangle. Forme chaque rectangle avec des carreaux algébriques. Dessine les carreaux. Combien de rectangles différents peux-tu former chaque fois ?

- a) $6c + 4$ b) $4d$ c) $8 + 2m$
 d) $12r$ e) $6s$ f) $4a + 10$

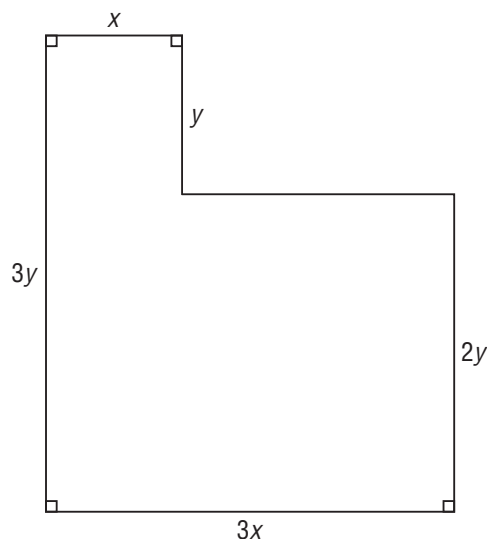
Va plus loin

21. De nombreux ensembles de carreaux algébriques comportent des carreaux x et des carreaux y .

-  x
-  $-x$
-  y
-  $-y$

Selon toi, à quoi ressemble un carreau xy ?
 Dessine ton hypothèse, puis explique ton dessin.

22. Représente le périmètre de cette figure à l'aide d'un polynôme. Ensuite, simplifie ce dernier.



Réfléchis

Explique comment les termes semblables peuvent aider à simplifier un polynôme. Accompagne ton explication de modèles et d'exemples.

Math



Autour de toi

Quand un plongeur exécute un saut périlleux avant, il est possible de modéliser à l'aide du polynôme $-4,9t^2 + 6t + 3$ sa hauteur, en mètres, en fonction du temps, t secondes, après qu'il a quitté le tremplin.

