

5.3

Additionner des polynômes

OBJECTIF

- Appliquer différentes stratégies pour additionner des polynômes.



Explore

2

Il te faudra des carreaux algébriques et un sac en papier.
Fais l'activité 3 fois.

Mets les carreaux algébriques de deux couleurs dans le sac. Chaque personne tire une poignée de carreaux du sac, puis écrit le polynôme, dans sa forme simplifiée, qu'ils représentent. Additionne les deux polynômes.

Note ton travail sous la forme d'une expression polynomiale d'addition.



Mise en commun

Compare tes stratégies d'addition de deux polynômes avec celles d'une autre équipe.

Si vous avez fait appel à des stratégies différentes, explique les tiennes. Si vous avez appliqué les mêmes stratégies, trouve une équipe qui en a utilisé des différentes.

Quels termes peux-tu combiner quand tu additionnes des polynômes ? Pourquoi peux-tu les combiner ?

Découvre

Pour additionner des polynômes, il faut combiner les carreaux algébriques qui représentent chaque polynôme et noter cette combinaison de façon symbolique. Ainsi établie, cette stratégie permet d'additionner des polynômes sans recourir aux carreaux algébriques. Pour écrire la somme de deux polynômes, il faut placer chaque polynôme entre parenthèses. Ainsi, le calcul de la somme de $3x^2 + 2x + 4$ et $-5x^2 + 3x - 5$ s'écrira : $(3x^2 + 2x + 4) + (-5x^2 + 3x - 5)$

Modèle en carreaux

Représente $3x^2 + 2x + 4$.



Représente $-5x^2 + 3x - 5$.



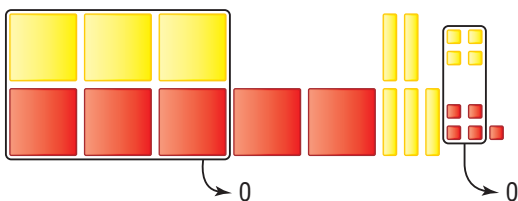
Combine les modèles.



Regroupe les carreaux semblables.



Enlève les paires nulles.



Les carreaux restants représentent $-2x^2 + 5x - 1$.

Notation symbolique

La somme est :

$$(3x^2 + 2x + 4) + (-5x^2 + 3x - 5)$$

Réécrit l'expression ainsi :

$$3x^2 + 2x + 4 - 5x^2 + 3x - 5$$

Regroupe les termes semblables :

$$3x^2 - 5x^2 + 2x + 3x + 4 - 5$$

Combine les termes semblables :

$$-2x^2 + 5x - 1$$

Exemple 1 Additionner des polynômes de façon symbolique

Effectue l'addition suivante : $(7s + 14) + (-6s^2 + s - 6)$

Solutions

Pour additionner les polynômes, additionne les coefficients des termes semblables. Dans le deuxième polynôme, le coefficient du terme s est 1, donc écris s sous la forme $1s$.

Méthode 1

Effectue l'addition horizontalement.

$$\begin{aligned} & (7s + 14) + (-6s^2 + 1s - 6) && \text{Supprime les parenthèses.} \\ = & 7s + 14 - 6s^2 + 1s - 6 && \text{Regroupe les termes semblables.} \\ = & -6s^2 + 7s + 1s + 14 - 6 && \text{Combine les termes semblables en additionnant leurs} \\ = & -6s^2 + 8s + 8 && \text{coefficients.} \end{aligned}$$

Méthode 2

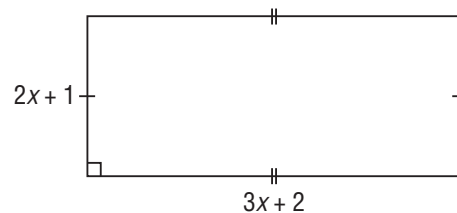
Effectue l'addition verticalement. Aligne les termes semblables, puis additionne leurs coefficients.

$$\begin{array}{r} 7s + 14 \\ + \underline{-6s^2 + 1s - 6} \\ -6s^2 + 8s + 8 \end{array}$$

Donc, $(7s + 14) + (-6s^2 + 1s - 6) = -6s^2 + 8s + 8$

Exemple 2 Représenter le périmètre d'un rectangle à l'aide d'un polynôme

- a) Représente le périmètre de ce rectangle à l'aide d'un polynôme.
Ensuite, simplifie ce polynôme.



- b) Substitue une valeur quelconque à la variable afin de vérifier ta réponse.

Une solution

- a) Le périmètre correspond à la somme des mesures des quatre côtés.

$$\begin{array}{r} 2x + 1 \\ + 2x + 1 \\ + 3x + 2 \\ + \underline{3x + 2} \\ 10x + 6 \end{array}$$

Le périmètre est de $10x + 6$.

b) Attribue une valeur à x , par exemple $x = 1$.

Écris l'expression polynomiale d'addition :

$$2x + 1 + 2x + 1 + 3x + 2 + 3x + 2 = 10x + 6$$

Substitue 1 à x .

Membre de gauche :

$$\begin{aligned} & 2x + 1 + 2x + 1 + 3x + 2 + 3x + 2 \\ &= 2(1) + 1 + 2(1) + 1 + 3(1) + 2 + 3(1) + 2 \\ &= 2 + 1 + 2 + 1 + 3 + 2 + 3 + 2 \\ &= 16 \end{aligned}$$

Membre de droite :

$$\begin{aligned} 10x + 6 &= 10(1) + 6 \\ &= 10 + 6 \\ &= 16 \end{aligned}$$

Puisque les deux membres sont égaux, le polynôme représente bien le périmètre de ce rectangle.

Exemple 3 Additionner des polynômes à deux variables

Effectue l'addition suivante : $(2a^2 + a - 3b - 7ab + 3b^2) + (-4b^2 + 3ab + 6b - 5a + 5a^2)$

► Une solution

$$\begin{aligned} & (2a^2 + a - 3b - 7ab + 3b^2) + (-4b^2 + 3ab + 6b - 5a + 5a^2) \\ &= 2a^2 + a - 3b - 7ab + 3b^2 - 4b^2 + 3ab + 6b - 5a + 5a^2 \\ &= 2a^2 + 5a^2 + a - 5a - 3b + 6b - 7ab + 3ab + 3b^2 - 4b^2 \\ &= 7a^2 - 4a + 3b - 4ab - b^2 \end{aligned}$$

Supprime les parenthèses.

Regroupe les termes semblables.

Combine les termes semblables.

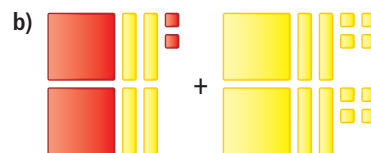
Exprime tes idées

1. Comment peux-tu te baser sur tes connaissances de l'addition de nombres entiers pour additionner des polynômes ?
2. En quoi l'addition de polynômes ressemble-t-elle à la simplification d'un polynôme ?

À ton tour

Vérification

3. Écris la somme de polynômes que représente chacun des ensembles de carreaux suivants.

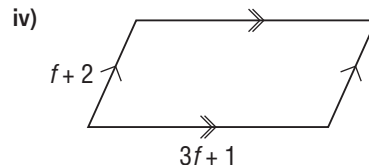
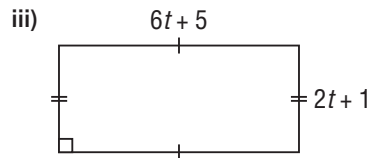
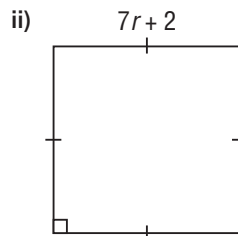
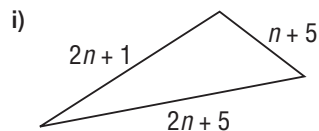


4. Explique comment calculer $(3x^2 + 2) + (x^2 - 1)$ à l'aide de carreaux algébriques. Quelle est la somme ?
5. Modélise chacune des sommes de binômes suivantes à l'aide de carreaux algébriques. Note tes réponses de façon symbolique.
- $(5g + 3) + (2g + 4)$
 - $(3 - 2j) + (-4 + 2j)$
 - $(p + 1) + (5p - 6)$
 - $(7 + 4m) + (-5m + 4)$
6. Additionne les polynômes suivants. Au besoin, visualise des carreaux algébriques.
- $2x + 4$
 - $3x^2 + 5x$
 - $3x^2 + 5x + 7$
- $$+ \underline{3x - 5} \qquad + \underline{-2x^2 - 8x}$$
- $$+ \underline{-8x^2 - 3x + 5}$$
7. Préfères-tu effectuer des additions horizontalement ou verticalement ? Explique ta préférence.

Mise en application

8. Applique les stratégies de ton choix pour effectuer les additions suivantes.
- $(6x + 3) + (3x + 4)$
 - $(5b - 4) + (2b + 9)$
 - $(6 - 3y) + (-3 - 2y)$
 - $(-n + 7) + (3n - 2)$
 - $(-4s - 5) + (6 - 3s)$
 - $(1 - 7h) + (-7h - 1)$
 - $(8m + 4) + (-9 + 3m)$
 - $(-8m - 4) + (9 - 3m)$
9. Effectue les additions suivantes. Quelle stratégie as-tu utilisée chaque fois ?
- $(4m^2 + 4m - 5) + (2m^2 - 2m + 1)$
 - $(3k^2 - 3k + 2) + (-3k^2 - 3k + 2)$
 - $(-7p - 3) + (p^2 + 5)$
 - $(9 - 3t) + (9t + 3t^2 - 6t)$
 - $(3x^2 - 2x + 3) + (2x^2 + 4)$
 - $(3x^2 - 7x + 5) + (6x - 6x^2 + 8)$
 - $(6 - 7x + x^2) + (6x - 6x^2 + 10)$
 - $(1 - 3r + r^2) + (4r + 5 - 3r^2)$

10. a) Pour chacune des figures ci-dessous, écris le périmètre :
- sous la forme d'une somme de polynômes
 - sous sa forme simplifiée



- b) Substitue une valeur quelconque à la variable afin de vérifier chaque réponse en a).

11. Trace 2 figures différentes dont chacun des polynômes ci-dessous pourrait représenter le périmètre.

- $8 + 6r$
- $3s + 9$
- $4 + 12t$
- $20u$
- $7 + 5v$
- $4y + 6$
- $9 + 9c$
- $15m$

12. Un élève a additionné ainsi $(4x^2 - 7x + 3)$ et $(-x^2 - 5x + 9)$:

$$\begin{aligned} & (4x^2 - 7x + 3) + (-x^2 - 5x + 9) \\ &= 4x^2 - 7x + 3 - x^2 - 5x + 9 \\ &= 4x^2 - x^2 - 7x - 5x + 3 + 9 \\ &= 3x^2 - 2x + 1 \end{aligned}$$

Ses calculs sont-ils exacts ?

Sinon, explique ses erreurs et écris la bonne réponse.

13. Objectif d'évaluation

Les carreaux suivants représentent la somme de deux polynômes.



- a) Quels peuvent être ces polynômes ? Explique comment tu le sais.
- b) Combien de paires de polynômes peux-tu déterminer ? Dresses-en la liste.
14. La somme de deux polynômes est $12m^2 + 2m + 4$.
Si l'un d'eux est $4m^2 - 6m + 8$,
quel est l'autre ?
Explique comment tu as déterminé la réponse.

15. Écris un polynôme qui, une fois additionné à $3x^2 + 7x + 2$ donne chacune des sommes suivantes.

- a) $5x^2 + 10x + 1$ b) $2x^2 + 5x + 8$
c) $4x^2 + 3x$ d) $-x^2 + x - 1$
e) $2x + 3$ f) 4

16. a) Quel polynôme faut-il additionner à $5x^2 + 3x - 1$ pour obtenir une somme de 0 ? Explique ta réponse.
b) Quelle est la relation entre les coefficients des deux polynômes ? Cette relation sera-t-elle vraie pour tous les polynômes dont la somme est 0 ? Explique ta réponse.
17. Effectue les additions suivantes.
- a) $(3x^2 - 2y^2 + xy) + (-2xy - 2y^2 - 3x^2)$
b) $(-5q^2 + 3p - 2q + p^2) + (4p + q + pq)$
c) $(3mn + m^2 - 3n^2 + 5m) + (7n^2 - 8n + 10)$
d) $(3 - 8f + 5g - f^2) + (2g^2 - 3f + 4g - 5)$

Va plus loin

18. a) Les polynômes $4x - 3y$ et $2x + y$ représentent la longueur de deux côtés d'un triangle. Le périmètre du triangle est $9x + 2$. Détermine la longueur du troisième côté.
b) Substitue une valeur quelconque à chacune des variables afin de vérifier ta réponse en a).
19. Le polynôme $5y + 3x + 7$ représente le périmètre d'un triangle isocèle.
Écris trois polynômes qui pourraient représenter la longueur des côtés de ce triangle.
Détermine le plus de réponses possible.

Réfléchis

À l'aide de quelles stratégies peux-tu additionner des polynômes ?
Laquelle préfères-tu ?
Comment peux-tu vérifier l'exactitude de tes réponses ?
Accompagne ton explication d'exemples.