

5.4

Soustraire des polynômes

OBJECTIF

- Appliquer différentes stratégies pour soustraire des polynômes.

Quelles stratégies permettent de soustraire deux nombres entiers, par exemple $-2 - 3$?
Comment peuvent-elles faciliter la soustraction de deux polynômes ?

Explore

2



Utilise des carreaux algébriques.

- Écris deux monômes semblables. Soustrais les monômes. Écris l'expression polynomiale de soustraction. Soustrais les monômes dans l'ordre inverse. Écris la nouvelle expression polynomiale de soustraction. Dessine les carreaux que tu as utilisés.
- Répète les étapes ci-dessus avec deux binômes, puis avec deux trinômes.
- Effectue la soustraction.
Applique une stratégie de ton choix.
 $(5x) - (3x)$
 $(2x^2 + 3x) - (4x^2 - 6x)$
 $(3x^2 - 6x + 4) - (x^2 + 3x - 2)$
Utilise une autre stratégie pour vérifier ta réponse.

**Mise en
commun**

Compare tes réponses et tes stratégies avec celles d'une autre équipe qui a utilisé des stratégies différentes.

Expliquez-vous vos stratégies.

Ensemble, écrivez une expression polynomiale d'addition qui correspond à chaque expression polynomiale de soustraction que vous avez écrite.

Découvre

Voici deux stratégies permettant de soustraire des polynômes.

► À l'aide de carreaux algébriques

Effectue cette soustraction : $(3x^2 - 4x) - (2x^2 - 6x)$

Modélise d'abord $3x^2 - 4x$ à l'aide de carreaux algébriques.



Pour soustraire $2x^2 - 6x$, il faut :

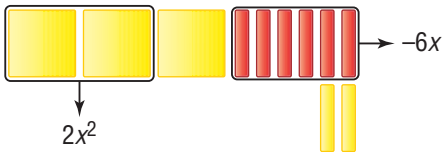
- enlever deux carreaux x^2 de trois carreaux x^2 .
- enlever six carreaux $-x$ de quatre carreaux $-x$.

Pour ce faire, il faut ajouter au modèle 2 carreaux $-x$ supplémentaires.

Donc, on y ajoute 2 paires nulles de carreaux x .



Maintenant, il est possible d'enlever les carreaux du modèle pour soustraire $2x^2 - 6x$.



Les carreaux restants représentent $x^2 + 2x$.

Donc, $(3x^2 - 4x) - (2x^2 - 6x) = x^2 + 2x$

► À l'aide des propriétés des nombres entiers

On sait que -6 est l'opposé de 6 .

Soustraire -6 d'un nombre entier revient à lui additionner 6 .

Cela est également vrai pour les termes semblables.

Ainsi, pour effectuer la soustraction suivante : $(3x^2 - 4x) - (2x^2 - 6x)$

$$(3x^2 - 4x) - (2x^2 - 6x) = 3x^2 - 4x - (2x^2) - (-6x)$$

$$= 3x^2 - 4x - 2x^2 - (-6x)$$

$$= 3x^2 - 4x - 2x^2 + 6x$$

$$= 3x^2 - 2x^2 - 4x + 6x$$

$$= x^2 + 2x$$

Soustrais chaque terme.

Additionne l'opposé.

Regroupe les termes semblables.

Combine les termes semblables.

Exemple 1 Soustraire deux trinômes

Effectue la soustraction suivante : $(-2a^2 + a - 1) - (a^2 - 3a + 2)$

Solutions

$$(-2a^2 + a - 1) - (a^2 - 3a + 2)$$

Méthode 1

Utilise des carreaux algébriques pour représenter $-2a^2 + a - 1$.

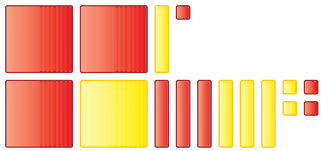


Pour soustraire a^2 , ajoute au modèle une paire nulle de carreaux a^2 .

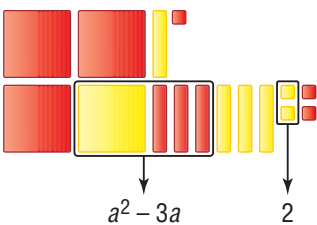
Pour soustraire $-3a$, ajoute au modèle

3 paires nulles de carreaux a .

Pour soustraire 2, ajoute au modèle 2 paires nulles de carreaux unitaires positifs.



Maintenant, enlève les carreaux du modèle pour soustraire $a^2 - 3a + 2$.



Les carreaux restants représentent $-3a^2 + 4a - 3$.

Méthode 2

Utilise les propriétés des nombres entiers.

$$\begin{aligned} & (-2a^2 + a - 1) - (a^2 - 3a + 2) \\ &= -2a^2 + a - 1 - (a^2) - (-3a) - (+2) \\ &= -2a^2 + a - 1 - a^2 + 3a - 2 \\ &= -2a^2 - a^2 + a + 3a - 1 - 2 \\ &= -3a^2 + 4a - 3 \end{aligned}$$

Pour vérifier la différence de la soustraction de deux nombres, il faut additionner la différence au nombre soustrait ; par exemple, pour vérifier si $23 - 5 = 18$ est exact, on effectue l'addition suivante : $18 + 5 = 23$

La même méthode s'applique lorsqu'il s'agit de vérifier la différence entre deux polynômes.

Exemple 2

Soustraire des trinômes à deux variables

Effectue la soustraction suivante : $(5x^2 - 3xy + 2y^2) - (8x^2 - 7xy - 4y^2)$

Vérifie ta réponse.

Une solution

$$\begin{aligned}(5x^2 - 3xy + 2y^2) - (8x^2 - 7xy - 4y^2) &= 5x^2 - 3xy + 2y^2 - (8x^2) - (-7xy) - (-4y^2) \\ &= 5x^2 - 3xy + 2y^2 - 8x^2 + 7xy + 4y^2 \\ &= 5x^2 - 8x^2 - 3xy + 7xy + 2y^2 + 4y^2 \\ &= -3x^2 + 4xy + 6y^2\end{aligned}$$

Pour vérifier ta réponse, additionne la différence au deuxième polynôme :

$$\begin{aligned}(-3x^2 + 4xy + 6y^2) + (8x^2 - 7xy - 4y^2) &= -3x^2 + 4xy + 6y^2 + 8x^2 - 7xy - 4y^2 \\ &= -3x^2 + 8x^2 + 4xy - 7xy + 6y^2 - 4y^2 \\ &= 5x^2 - 3xy + 2y^2\end{aligned}$$

La somme est égale au premier polynôme.

Donc, la différence est exacte.

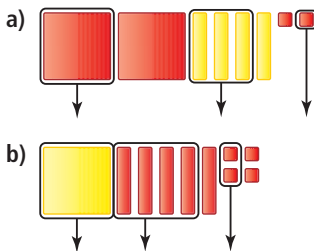
Exprime tes idées

1. En quoi la soustraction de polynômes et la soustraction de nombres entiers se ressemblent-elles ?
2. En quoi la soustraction et l'addition de polynômes se ressemblent-elles ? En quoi diffèrent-elles ?
3. Dans quel cas l'usage de carreaux algébriques ne constitue-t-il pas la meilleure méthode de soustraction de polynômes ?

À ton tour

Vérification

4. Écris l'expression polynomiale de soustraction que les carreaux algébriques représentent.



5. Effectue les soustractions à l'aide de carreaux algébriques. Dessine les carreaux que tu as utilisés.

- | | |
|-------------------|--------------------|
| a) $(5r) - (3r)$ | b) $(5r) - (-3r)$ |
| c) $(-5r) - (3r)$ | d) $(-5r) - (-3r)$ |
| e) $(3r) - (5r)$ | f) $(-3r) - (5r)$ |
| g) $(3r) - (-5r)$ | h) $(-3r) - (-5r)$ |

Mise en application

6. Modélise, à l'aide de carreaux algébriques, chacune des soustractions de binômes suivantes. Note tes réponses de façon symbolique.

- a) $(5x + 3) - (3x + 2)$
- b) $(5x + 3) - (3x - 2)$
- c) $(5x + 3) - (-3x + 2)$
- d) $(5x + 3) - (-3x - 2)$

7. Modélise, à l'aide de carreaux algébriques, chacune des soustractions de trinômes suivantes.

Note tes réponses de façon symbolique

a) $(3s^2 + 2s + 4) - (2s^2 + s + 1)$

b) $(3s^2 - 2s + 4) - (2s^2 - s + 1)$

c) $(3s^2 - 2s - 4) - (-2s^2 + s - 1)$

d) $(-3s^2 + 2s - 4) - (2s^2 - s - 1)$

8. Applique les stratégies de ton choix pour effectuer les soustractions suivantes. Vérifie tes réponses en effectuant des additions.

a) $(3x + 7) - (-2x - 2)$

b) $(b^2 + 4b) - (-3b^2 + 7b)$

c) $(-3x + 5) - (4x + 3)$

d) $(4 - 5p) - (-7p + 3)$

e) $(6x^2 + 7x + 9) - (4x^2 + 3x + 1)$

f) $(12m^2 - 4m + 7) - (8m^2 + 3m - 3)$

g) $(-4x^2 - 3x - 11) - (x^2 - 4x - 15)$

h) $(1 - 3r + r^2) - (4r + 5 - 3r^2)$

9. Le polynôme $4n + 2\,500$ représente le coût, en dollars, de la production de n exemplaires couleur d'un magazine. Le polynôme $2n + 2\,100$ représente le coût, en dollars, de la production de n exemplaires en noir et blanc du même magazine.

a) Représente par un polynôme la différence de coût entre les deux types de magazines.

b) Suppose que l'entreprise veut imprimer 3 000 magazines. Quelle somme supplémentaire devra-t-elle déboursier pour faire imprimer le magazine en couleur plutôt qu'en noir et blanc ?

10. Un élève a soustrait ainsi

$$(2x^2 + 5x + 10) - (x^2 - 3) :$$

$$\begin{aligned} (2x^2 + 5x + 10) - (x^2 - 3) \\ = 2x^2 + 5x + 10 - x^2 + 3 \\ = x^2 + 8x + 10 \end{aligned}$$

a) Substitue une valeur quelconque à la variable pour montrer qu'il a obtenu une réponse inexacte.

b) Repère les erreurs dans ses calculs et corrige-les.

11. **Objectif d'évaluation** Écris une question portant sur la soustraction de polynômes. Réponds-y. Vérifie ta réponse. Montre ton travail.

12. Une élève a effectué ainsi une soustraction :

$$\begin{aligned} (2y^2 - 3y + 5) - (y^2 + 5y - 2) \\ = 2y^2 - 3y + 5 - y^2 + 5y - 2 \\ = 2y^2 - y^2 - 3y + 5y + 5 - 2 \\ = y^2 - 2y + 3 \end{aligned}$$

a) Explique pourquoi sa solution est erronée.

b) Quelle est la bonne réponse ?

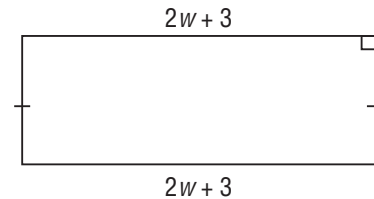
Montre ton travail.

c) Comment peux-tu vérifier si ta réponse est exacte ?

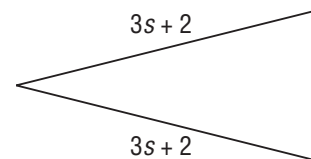
d) Que pourrait faire cette élève pour éviter de reproduire les mêmes erreurs ?

13. Le périmètre de chaque polygone est fourni. Détermine la longueur inconnue.

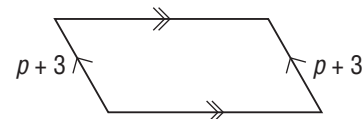
a) $6w + 14$



b) $7s + 7$



c) $10p + 8$



14. a) Écris deux polynômes, puis soustrais-les.
 b) Soustrais les polynômes en a) dans l'ordre inverse.
 c) Quel est le lien entre les réponses en a) et b) ?
 Qu'est-ce qui explique ce lien ?

15. Effectue les soustractions suivantes.

- a) $(r^2 - 3rs + 5s^2) - (-2r^2 - 3rs - 5s^2)$
 b) $(-3m^2 + 4mn - n^2) - (5m^2 + 7mn + 2n^2)$
 c) $(5cd + 8c^2 - 7d^2) - (3d^2 + 6cd - 4c^2)$
 d) $(9e + 9f - 3e^2 + 4f^2) - (-f^2 - 2e^2 + 3f - 6e)$
 e) $(4jk - 7j - 2k + k^2) - (2j^2 + 3j - jk)$

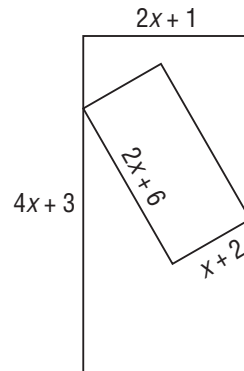
16. La différence entre deux polynômes est $3x^2 + 4x - 7$.

L'un d'eux est $-8x^2 + 5x - 4$.

- a) Quel est l'autre polynôme ?
 b) Pourquoi y a-t-il deux réponses possibles en a) ?

Va plus loin

17. Le diagramme ci-dessous montre un rectangle à l'intérieur d'un autre. Quelle est la différence entre les périmètres de ces rectangles ?



18. La différence d'un polynôme soustrait d'un autre est $-4x^2 + 2x - 5$.

Écris deux polynômes qui ont la même différence. Combien de paires de polynômes différentes peux-tu déterminer ? Explique ta réponse.

Réfléchis

Quelle(s) stratégie(s) appliques-tu pour soustraire des polynômes ?
 Pourquoi préfères-tu cette stratégie ou ces stratégies ?

Math +

Autour de toi

Sur un pont suspendu, le tablier est suspendu à de gigantesques câbles tendus au sommet de hauts pylônes. Voici une photo du pont Lions Gate de Vancouver. La position de tout point situé sur le câble peut être décrite par sa distance horizontale et verticale du centre du pont. Le polynôme $0,000\ 6x^2$ représente la distance verticale en mètres, où x désigne la distance horizontale en mètres.

