

## 5.6

## Multiplier et diviser un polynôme par un monôme

## OBJECTIF

- Appliquer différentes stratégies pour multiplier et diviser un polynôme par un monôme.

Pour multiplier ou diviser un polynôme par un monôme, tu peux appliquer les mêmes stratégies que lorsqu'il s'agit de multiplier ou de diviser un polynôme par un terme constant.

## Explore

2

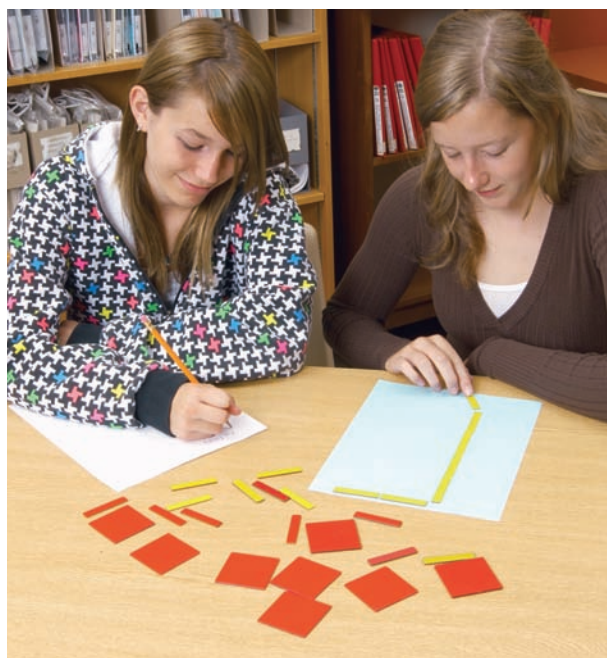
Il te faudra peut-être des carreaux algébriques.

- Calcule chaque produit. Applique une stratégie de ton choix. Écris une expression polynomiale de multiplication.

- $2a(5a)$
- $4b(3b - 2)$
- $-3c(-5c + 1)$

- Calcule chaque quotient. Applique une stratégie de ton choix. Écris une expression polynomiale de division.

- $\frac{3g^2 + 9g}{3g}$
- $\frac{-18f^2 + 12f}{6f}$
- $\frac{24d^2 + 8d}{-4d}$

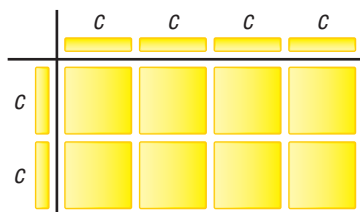

**Mise en  
commun**

Compare tes stratégies et tes résultats avec ceux d'une autre équipe. Si vos résultats sont différents, explique pourquoi. Si vous avez fait appel à des stratégies différentes, explique les tiennes et les raisons de ton choix. Comment peux-tu vérifier tes quotients à l'aide de la multiplication ?

## Découvre

- L'expression  $(2c)(4c)$  est le produit de deux monômes.

Le produit est interprété à l'aide de carreaux algébriques disposés de manière à former un rectangle dont les dimensions sont  $2c$  et  $4c$ .



Pour faciliter la formation du rectangle, il faut disposer d'abord sur deux côtés des carreaux-guides qui représentent chaque dimension.

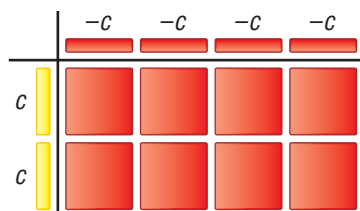
Il faut huit carreaux  $c^2$  pour former le rectangle.

$$\text{Donc, } (2c)(4c) = 8c^2$$

- L'expression  $(2c)(-4c)$  est le produit d'un monôme positif et d'un monôme négatif.

Pour former un rectangle, il faut d'abord disposer des carreaux-guides : deux carreaux  $c$  représentent une dimension et quatre carreaux  $-c$  représentent l'autre.

Sachant que le produit d'un nombre positif et d'un nombre négatif est négatif, pour remplir le rectangle, il faut donc des carreaux  $-c^2$ .



Il faut huit carreaux  $-c^2$  pour former ce rectangle.

$$\text{Donc, } (2c)(-4c) = -8c^2$$

L'application de stratégies semblables permet de multiplier un binôme par un monôme.

- L'expression  $-4c(2c - 3)$  est le produit d'un monôme et d'un binôme.

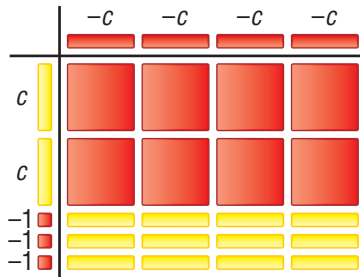
Pour former un rectangle, il faut d'abord disposer les carreaux-guides :

- quatre carreaux  $-c$  représentent une dimension
- deux carreaux  $c$  et trois carreaux unitaires négatifs représentent l'autre

Le produit de deux nombres ayant des signes opposés est négatif.

Donc, quand un carreau est placé dans une rangée et une colonne où les carreaux-guides ont des signes opposés, ce carreau est négatif.

Le produit de deux nombres ayant le même signe est positif.  
 Donc, quand un carreau est placé dans une rangée et une colonne où les carreaux-guides ont le même signe, ce carreau est positif.



Il y a huit carreaux  $-c^2$  et douze carreaux  $c$ .  
 Donc,  $-4c(2c - 3) = -8c^2 + 12c$

### Exemple 1 Multiplier un binôme par un monôme

Calcule chaque produit.

a)  $2x(3x + 4)$

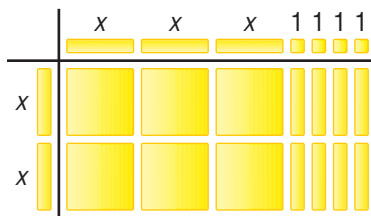
b)  $-2x(-3x + 4)$

#### Solutions

##### Méthode 1

a)  $2x(3x + 4)$

À l'aide de carreaux algébriques, forme un rectangle dont les dimensions sont  $2x$  et  $3x + 4$ .



Pour remplir le rectangle, il faut six carreaux  $x^2$  et huit carreaux  $x$ .

Donc,  $2x(3x + 4) = 6x^2 + 8x$

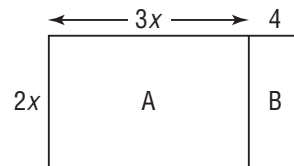
##### Méthode 2

a)  $2x(3x + 4)$

Utilise une représentation visuelle.

Trace un rectangle dont les dimensions sont  $2x$  et  $3x + 4$ .

Divise ce rectangle en 2 rectangles plus petits.



L'aire du rectangle A est de  $2x(3x) = 6x^2$

L'aire du rectangle B est de  $2x(4) = 8x$

L'aire totale est de  $6x^2 + 8x$

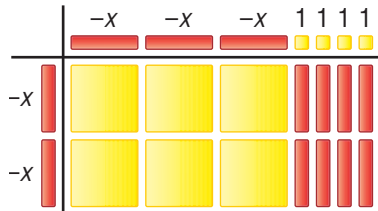
Donc,  $2x(3x + 4) = 6x^2 + 8x$

b)  $-2x(-3x + 4)$

Utilise des carreaux algébriques.

Forme un rectangle en disposant d'abord les carreaux-guides :

- deux carreaux  $-x$  représentent une dimension
- trois carreaux  $-x$  et quatre carreaux unitaires positifs représentent l'autre



Pour remplir le rectangle, il faut six carreaux  $x^2$  et huit carreaux  $-x$ .

Donc,  $-2x(-3x + 4) = 6x^2 - 8x$

b)  $-2x(-3x + 4)$

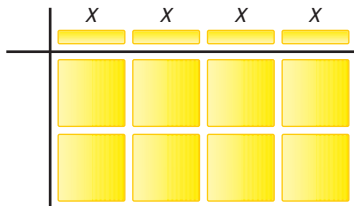
Utilise la distributivité.

Multiplie chaque terme à l'intérieur des parenthèses par le terme à l'extérieur des parenthèses.

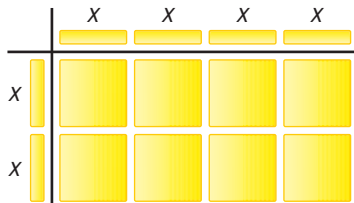
$$\begin{aligned} -2x(-3x + 4) &= -2x(-3x) + (-2x)(4) \\ &= 6x^2 - 8x \end{aligned}$$

Pour diviser un polynôme par un monôme, il s'agit d'effectuer le processus inverse de la multiplication de ces polynômes.

- Pour calculer le quotient de  $\frac{8x^2}{4x}$ , dispose huit carreaux  $x^2$  de manière à former un rectangle dont l'une des dimensions est  $4x$ .



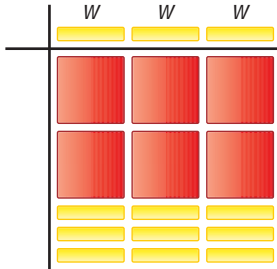
Les carreaux-guides qui forment le côté gauche du rectangle sont des carreaux  $x$ .



Il y a 2 carreaux-guides  $x$ .

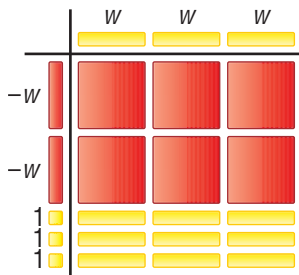
Donc,  $\frac{8x^2}{4x} = 2x$

- Pour calculer le quotient de  $\frac{-6w^2 + 9w}{3w}$ , dispose six carreaux  $-w^2$  et neuf carreaux  $w$  de manière à former un rectangle dont une des dimensions est  $3w$ .



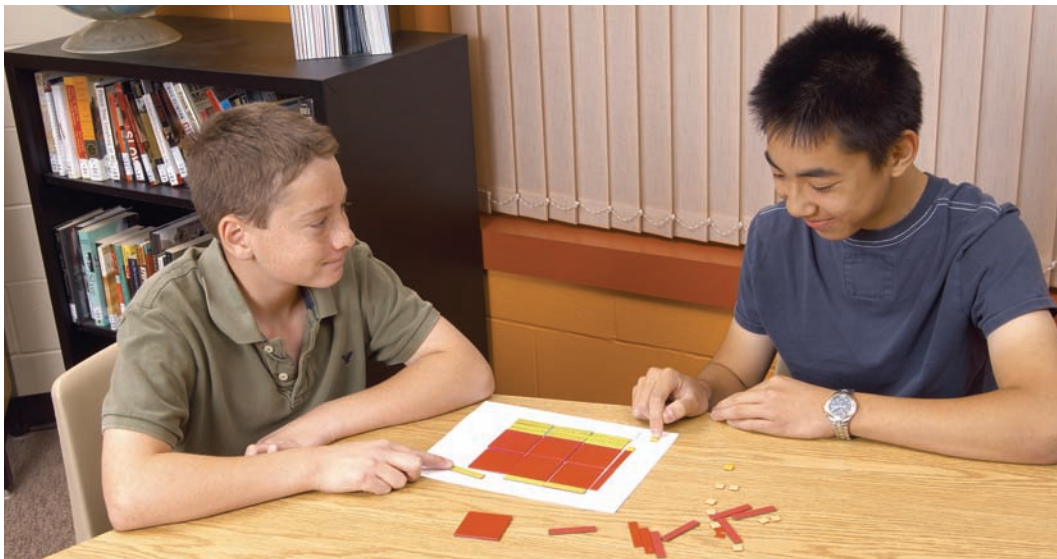
Sur le côté gauche du rectangle :

- les carreaux-guides  $w$  sont négatifs parce qu'ils doivent avoir un signe opposé à celui des carreaux-guides qui forment le côté supérieur du rectangle
- les carreaux-guides unitaires sont positifs parce qu'ils doivent avoir le même signe que celui des carreaux-guides qui forment le côté supérieur du rectangle



Il y a 2 carreaux-guides  $-w$  et 3 carreaux-guides unitaires positifs.

Donc,  $\frac{-6w^2 + 9w}{3w} = -2w + 3$



## Exemple 2 Diviser un monôme et un binôme par un monôme

Calcule chaque quotient.

a)  $\frac{-10m^2}{2m}$

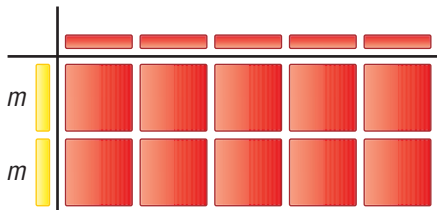
b)  $\frac{30k^2 - 18k}{-6k}$

### Solutions

#### Méthode 1

a)  $\frac{-10m^2}{2m}$

Utilise des carreaux algébriques.  
 Dispose dix carreaux  $-m^2$  de manière à former un rectangle dont l'une des dimensions est  $2m$ .  
 Les carreaux-guides qui forment l'autre dimension représentent  $-5m$ .



Donc,  $\frac{-10m^2}{2m} = -5m$

b)  $\frac{30k^2 - 18k}{-6k}$

Pense au processus de multiplication.  
 $-6k \times ? = 30k^2 - 18k$   
 Puisque  $-6k \times (-5k) = 30k^2$  et  
 $-6k \times (+3) = -18k$ ,  
 alors  $-6k \times (-5k + 3) = 30k^2 - 18k$   
 Donc,  $\frac{30k^2 - 18k}{-6k} = -5k + 3$

#### Méthode 2

a)  $\frac{-10m^2}{2m}$

Pense au processus de multiplication.  
 $2m \times ? = -10m^2$   
 Puisque  $2 \times (-5) = -10$  et  $m \times m = m^2$ ,  
 alors  $2m \times (-5m) = -10m^2$   
 Donc,  $\frac{-10m^2}{2m} = -5m$

b)  $\frac{30k^2 - 18k}{-6k}$

Écris le quotient sous la forme d'une somme de 2 fractions.

$$\frac{30k^2 - 18k}{-6k} = \frac{30k^2}{-6k} + \frac{-18k}{-6k}$$

Simplifie chaque fraction.

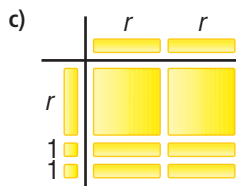
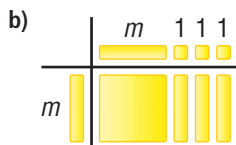
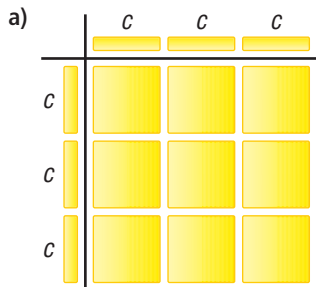
$$\begin{aligned} \frac{30k^2 - 18k}{-6k} &= \frac{30}{-6} \times \frac{k^2}{k} + \frac{-18}{-6} \times \frac{k}{k} \\ &= (-5) \times k + 3 \times 1 \\ &= -5k + 3 \end{aligned}$$

## Exprime tes idées

1. Pourquoi est-il impossible de modéliser le produit  $(2c)(4c)$  à l'aide d'une addition répétée ?
2. Quand une expression polynomiale de multiplication comporte des termes négatifs, pourquoi est-il impossible d'effectuer la multiplication à l'aide d'une représentation visuelle ?
3. Comment vérifier l'exactitude d'un quotient ?

## Vérification

4. Écris l'expression polynomiale de multiplication que représente chacun des ensembles de carreaux algébriques suivants.

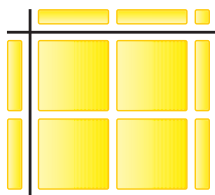


5. Écris l'expression polynomiale de division qui correspond à chacun des ensembles de carreaux algébriques de la question 4.

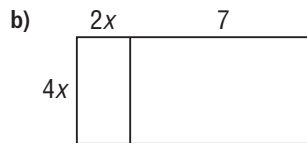
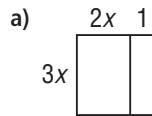
6. Cet ensemble de carreaux algébriques représente un des produits ci-dessous.

Lequel ?

- a)  $2n(n + 2)$   
 b)  $2(2n^2 + 1)$   
 c)  $2n(2n + 1)$



7. Écris l'expression polynomiale de multiplication que représente chacun des rectangles suivants.



8. Écris l'expression polynomiale de division qui correspond à chacun des rectangles de la question 7.

## Mise en application

9. a) Effectue les multiplications suivantes.

i)  $(3m)(4m)$

ii)  $(-3m)(4m)$

iii)  $(3m)(-4m)$

iv)  $(-3m)(-4m)$

v)  $(4m)(3m)$

vi)  $(4m)(-3m)$

- b) Explique pourquoi il y a seulement deux réponses en a).

- c) Quels produits en a) aurais-tu pu calculer à l'aide de carreaux algébriques ? Dessine les carreaux que tu aurais pu utiliser pour modéliser chacun.

10. a) Effectue les divisions suivantes.

i)  $\frac{12x}{2x}$

ii)  $\frac{12x}{-2x}$

iii)  $\frac{-12x}{2x}$

iv)  $\frac{-12x}{-2x}$

v)  $\frac{12x^2}{2x}$

vi)  $\frac{12x^2}{2x^2}$

vii)  $\frac{-12x^2}{2x^2}$

viii)  $\frac{12x^2}{-2x^2}$

- b) Explique pourquoi certains quotients en a) sont égaux.

- c) Quels quotients en a) aurais-tu pu calculer à l'aide de carreaux algébriques ? Dessine les carreaux que tu aurais pu utiliser pour modéliser chacun.

11. Effectue les multiplications ou les divisions suivantes.

- a)  $(2r)(-6r)$
- b)  $(-16n^2) \div (-8n)$
- c)  $(-5g)(7g)$
- d)  $\frac{40k}{-10k}$
- e)  $(9h)(3h)$
- f)  $\frac{48p^2}{12p}$
- g)  $18u^2 \div (-3u^2)$
- h)  $\frac{-24d^2}{-8d^2}$

12. Applique les stratégies de ton choix pour calculer les produits suivants.

- a)  $2x(x + 6)$
- b)  $3t(5t + 2)$
- c)  $-2w(3w - 5)$
- d)  $-x(2 + 8x)$
- e)  $3g(-5 - g)$
- f)  $(4 + 3y)(2y)$
- g)  $(-7s - 1)(-y)$
- h)  $(-3 + 6r)(2r)$

13. Une élève croit que le produit de  $2x(x + 1)$  est  $2x^2 + 1$ . Choisis une stratégie. Explique comment obtenir la bonne réponse à l'aide de la stratégie choisie.

14. Voici la solution qu'un élève a proposée à la question suivante :  
Effectue cette multiplication :  $(-2d + 9)(-3d)$

$$\begin{aligned} &(-2d + 9)(-3d) \\ &= (-2d)(-3d) - (9)(-3d) \\ &= -6d^2 - (27d) \\ &= -6d^2 - 27d \end{aligned}$$

Repère les erreurs qu'il a faites, puis écris la solution appropriée.

15. a) Décris deux stratégies différentes qui permettent de simplifier  $\frac{3r^2 - 12r}{3r}$ .  
b) Selon toi, laquelle est la plus facile à utiliser ? Explique ta réponse.

16. Applique les stratégies de ton choix pour calculer les quotients suivants.

- a)  $\frac{10x^2 + 4x}{2x}$
- b)  $(6x^2 + 4x) \div x$
- c)  $\frac{6y + 3y^2}{3y}$
- d)  $\frac{40x^2 - 16x}{8x}$
- e)  $\frac{15g - 10g^2}{5g}$
- f)  $\frac{-12k - 24k^2}{3k}$
- g)  $(24h^2 + 36h) \div (-4h)$
- h)  $(-8m^2 + 18m) \div (-2m)$

### 17. Objectif d'évaluation

a) Calcule chaque produit ou quotient. Applique chaque fois une stratégie différente.

i)  $\frac{15n^2 + 5n}{5n}$

ii)  $-3r(4 - 7r)$

iii)  $(-16s^2 + 4s) \div (-2s)$

iv)  $(t - 9)(4t)$

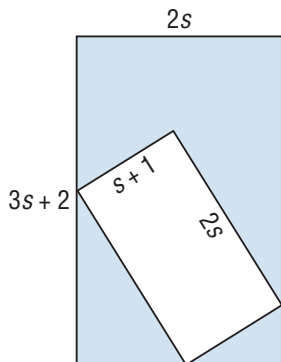
b) Choisis un produit et un quotient en a). Applique une stratégie différente pour résoudre chaque problème. Dans chaque cas, quelle stratégie préfères-tu ? Explique pourquoi.

18. a) Modélise le quotient  $\frac{12x^2 + 12x}{2x}$  à l'aide de carreaux algébriques. Ensuite, calcule-le.

b) Représente le polynôme  $12x^2 + 12x$  par autant de rectangles que possible et écris leurs dimensions. Écris l'expression polynomiale de division qui correspond à chacun de ces rectangles.



19. a) Représente par un polynôme l'aire de chaque rectangle figurant dans le diagramme ci-dessous.

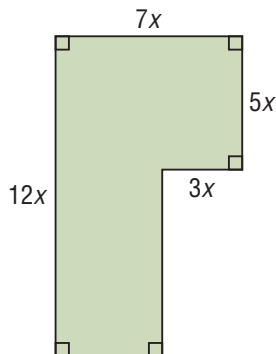


- b) Représente par un polynôme la partie ombrée du diagramme. Explique ta stratégie.  
 c) Calcule l'aire de la partie ombrée quand  $s = 2,5$  cm.
20. Calcule les produits suivants.
- $3m(2n + 4)$
  - $(-5 + 3f)(-2g)$
  - $7m(-6p + 7m)$
  - $(-8h - 3k)(4k)$
  - $(-2t + 3r)(4t)$
  - $(-g)(8h - 5g)$
21. Calcule les quotients suivants.

- $(12x^2 + 6xy) \div 3x$
- $\frac{12gh + 6g}{2g}$
- $(-27p^2 + 36pq) \div 9p$
- $\frac{40rs - 35r}{-5r}$
- $\frac{14n^2 + 42np}{-7n}$

### Va plus loin

22. Représente par un polynôme l'aire de la figure ci-dessous. Explique ta réponse.



23. a) Le polynôme  $54s^2$  représente l'aire totale d'un cube. Détermine le polynôme qui représente l'aire d'un côté.  
 b) Base-toi sur ta réponse en a) pour calculer la longueur d'une arête du cube.
24. Le produit  $2\pi r(r + h)$  représente l'aire totale d'un cylindre.
- Calcule ce produit.
  - Pour vérifier ton travail, calcule de deux façons différentes l'aire totale d'un cylindre ayant un rayon de 5 cm et une hauteur de 3 cm :
    - à l'aide du produit
    - à l'aide de ta réponse en a)
25. Simplifie :
- $$[(2x^2 - 8x + 3xy + 5) + (24x^2 - 16x - 12xy)] \div 4x$$

## Réfléchis

Explique la relation entre les stratégies qui permettent de diviser un polynôme par un monôme et celles qui permettent de multiplier un polynôme par un monôme. Accompagne ton explication d'exemples.